

Заняття №11

(перший семестр)

Неперервні випадкові величини.

Задачі з практичним змістом

Аудиторна робота № 11

Задача 11.1 Мішень складається з трьох концентричних кіл радіусів $\frac{1}{\sqrt{3}}$, 1 та $\sqrt{3}$. Попадання в менший круг дає 4 очки, в середнє кільце – 3 очки, в найбільше кільце – 2 очки, а поза найбільшим кругом – 0 очок. Ймовірність попасти на відстані r від центра мішені характеризується щільністю

$$f(r) = \frac{2}{\pi(1+r^2)}.$$

Знайти математичне сподівання кількості очок, набраних за 5 пострілів.

Задача 11.2 $\varepsilon = \xi \cdot \eta$, $\xi \sim R(a,b)$, $\eta \sim R(c,d)$, ξ і η незалежні. $M\varepsilon$ -? $D\varepsilon$ -? ($a=1$, $b=2$, $c=3$, $d=4$).

Задача 11.3 На діаметрі, що стягує півколо радіуса $R=1$, береться навмання точка A . Знайти:

- функцію розподілу та щільність випадкової величини, що характеризує положення на цьому півколі точки B , проекцією якої на діаметр є точка A ,
- ймовірність того, що точка B буде розміщена від середини дуги півкола не далі, ніж на $\pi/4$ (по дузі).

Задача 11.4 Випадкова величина ξ має щільність $f_{\xi}(x)$.

- Знайти щільність випадкової величини $\eta = 2\xi$, якщо $-a < x < a$
- Знайти щільність випадкової величини $\eta = -2\xi$, якщо $a < x < b$

Задача 11.5

$$F_{\xi}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \exp\{-x^{-a}\}, & x > 0 \end{cases} \quad (a > 0)$$

Знайти $F_{\eta}(y)$, де $\eta = -1/\xi$.

Задача 11.6 З точки $A(0,a)$ ($a>0$) проведено пряму під кутом φ до вісі OY . Знайти функцію розподілу абсциси точки перетину цієї прямої з віссю OX , якщо:

а) $\varphi \sim R(0, \pi/2)$,

б) $\varphi \sim R(-\pi/2, \pi/2)$.

Домашнє завдання № 11

1. $\xi \sim N(m, \sigma^2)$. Знайти $M|\xi - m|$.

2. $\xi \sim R(-\pi/\omega, \pi/\omega)$, $\eta = a \cdot \sin \omega \xi$, $a > 0$, $\omega > 0$. Знайти $M\eta$, $D\eta$ та побудувати графік функції розподілу $F_\eta(x)$.

Додаткова задача.

1. $M\xi < \infty$, ξ має функцію розподілу $F_\xi(x)$. Довести, що

$$M\xi = - \int_{-\infty}^0 F_\xi(x) dx + \int_0^{\infty} [1 - F_\xi(x)] dx$$

і дати геометричну інтерпретацію.